

基于多层递阶方法的边坡位移预测

余天堂¹, 王振波²

(1. 河海大学 土木工程学院, 江苏 南京 210098; 2. 南京工业大学 土木工程学院, 江苏 南京 210009)

摘 要: 提出采用多层建模法预报边坡位移。该方法把动态系统的状态(或输出)预报问题分为系统的时变参数预报和在此基础上对系统的状态(或输出)预报两部分, 可充分考虑被预报系统的时变特性。给出了多层递阶的建模和预报方法。工程实例表明该方法有较好的预测精度和实用价值。

关 键 词: 边坡; 多层递阶方法; 时变参数预报; 状态预报

中图分类号: TU 433 **文献标识码:** A

Prediction of slope displacements with multi-layer recursive method

YU Tian-tang¹, Wang Zhen-bo²

(1. College of Civil Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. College of Civil Engineering, Nanjing University of Technology, Nanjing 210009, China)

Abstract: The method of multi-layer recursive modeling for predicting slope displacements is presented. The state (output) forecast of the dynamic system is divided into time variable forecast and state (output) forecast based on the former. The time variable characteristics in the forecast system can be fully considered. The modeling of multi-layer recurrence and the forecast method are presented. The engineering example shows that the method has better precision and practical values.

Key words: slope; multi-layer recursive method; time variable forecast; state forecast

1 引 言

高边坡工程一般都建有实时监测-预警系统, 用来监控高边坡的安全稳定性。因此, 我国的水利水电高边坡工程、矿山高边坡工程及重要的危岩体一般都积累有长期的安全监测资料。如何利用已有的位移监测资料预报将来的位移值, 以分析边坡的安全性, 或提前采取一些安全加固措施, 是目前需要研究的课题, 已有一些研究者采用不同方法做过研究, 其主要方法有灰色理论^[1]、Lyapunov 指数法^[2]、混沌时间序列^[3]、遗传算法和神经网络法等, 这些方法各有其优缺点。

建立预报模型是定量预报的一个关键性步骤。预报问题有其特殊性, 其具有“相空间”中的局部性和“时间尺度”的大范围性, 因此, 用预报模型进行辨识和预测, 都应该有相应的特殊方法。本文采用多层建模方法^[4]来预报边坡位移, 这种方法充分考虑了被预报系统的时变特性, 较大地提高了预报精度。

2 时间序列的多层分析方法

设 $\{y_k\}$ 是一个时间序列, 且 $y_k, y_{k-1}, \dots, y_{k-n}$ 是已知的, 其中 n 可以是有限数, 也可以是无限数。把依据资料 $\{y_k, y_{k-1}, \dots, y_{k-n}\}$ 对 y_{k+m} 的值进行估计的问题称为预报问题, 所得到的值称为 y_{k+m} 的预报值, 记作 $\hat{y}_{k+m}$ 。

为了用一已知序列 $\{y_k\}$ 做向后的预报, 就需要建立这个已知序列向前一步的预报模型:

$$y_k = \alpha_1(k)y_{k-1} + \alpha_2(k)y_{k-2} + \dots + \alpha_n(k)y_{k-n} + e_k \quad (1)$$

式中 $\alpha_1(k), \alpha_2(k), \dots, \alpha_n(k)$ 均为时变参数; e_k 为随机噪声; n 为模型的阶数。

设 $\phi(k) = [y_{k-1} \ y_{k-2} \ \dots \ y_{k-n}]^T$, $\theta(k) = [\alpha_1(k) \ \alpha_2(k) \ \dots \ \alpha_n(k)]^T$, 则模型(1)可以改写为

$$y_k = \phi(k)^T \theta(k) + e_k \quad (2)$$

采用参数随机化补偿法, 把模型(2)中的附加噪声 e_k 化到系统的时变参数上去。为此令

$$\beta(k) = \theta(k) + \frac{1}{\|\phi(k)\|^2} \phi(k) e_k \quad (3)$$

$$\text{由于 } \phi(k)^T \beta(k) = \phi(k)^T \theta(k) + \phi(k)^T \frac{1}{\|\phi(k)\|^2} \cdot$$

$\phi(k) e_k = \phi(k)^T \theta(k) + e_k$, 所以有

$$y_k = \phi(k)^T \beta(k) \quad (4)$$

式中 $\beta(k) = [\beta_1(k) \ \beta_2(k) \ \dots \ \beta_n(k)]^T$ 是随机时变参数。 $\{\beta(k)\}$ 构成了一个 n 维的时间序列, 相对于时间序列 $\{y_k\}$ 而言, $\{\beta(k)\}$ 为第二层时间序列。

如果对于 $\{y_k\}$ 有足够多的观测数据, 则可以依据递推推算法, 来确定时间序列 $\{\beta(k)\}$ 的部分估值 $\hat{\beta}(n), \hat{\beta}(n+1), \dots, \hat{\beta}(N)$ 。

$$\hat{\beta}(k) = \hat{\beta}(k-1) + \frac{1}{\|\phi(k)\|^2} \phi(k) \{y_k - \phi(k)^T \hat{\beta}(k-1)\} \quad (5)$$

依据这些数据对时间序列 $\{\beta(k)\}$ 的特性进行统计分析, 如判断它的平稳性, 估计它的协方差矩阵等。设 $\{\beta(k)\}$ 的估值序列为 $\hat{\beta}(0), \hat{\beta}(1), \dots, \hat{\beta}(N)$ 。依据这些数据, 可以检验 $\{\beta(k)\}$ 的平稳性, 如果 $\{\beta(k)\}$ 是一个多维稳稳随机序列, 则应用多维平稳序列的建模方法, 建立起关于 $\{\beta(k)\}$ 所满足的模型, 如果 $\{\beta(k)\}$ 是一个一般的随机序列, 就对 $\{\beta(k)\}$ 建立如下的 n 个广义单输出 AR 模型:

$$\beta_i(k) = A_1(k, i)^T \beta(k-1) + A_2(k, i)^T \beta(k-2) + \dots + A_{n_i}(k, i)^T \beta(k-n_i) \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (6)$$

式中 $A_1(k, i), A_2(k, i), \dots, A_{n_i}(k, i)$ 为随机向量参数; n_i 为模型的阶数。令

$$\gamma_i(k) = [A_1(k, i)^T \ A_2(k, i)^T \ \dots \ A_{n_i}(k, i)^T]^T \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (7)$$

于是得到了 n 个多维的时间序列。相对于时间序列 $\{y_k\}$ 而言, 称它们为第 3 层的时间序列。

利用算法(5), 依据数据 $\hat{\beta}(0), \hat{\beta}(1), \dots, \hat{\beta}(N)$ 求得估值 $\hat{\gamma}_i(n_i), \hat{\gamma}_i(n_i+1), \dots, \hat{\gamma}_i(N), i=1, 2, \dots, n$ 。依据这些数据, 对第 3 层时间序列 $\{\gamma_i(k)\}$, $i=1, 2, \dots, n$ 的统计特性进行检验。如果在这些时间序列中, 有的还是非平稳的, 则对这种非平稳的序列, 还要建立起广义单输出 AR 模型, 进而得出第 4 层时间序列。如果是平稳的, 则可以对它们进行另外的一些分析和估计, 进而建立起这些时间序列所满足的 ARMA 模型。

在建立各层的 AR 模型或广义单输出 AR 模型时, 一般取 2~7 阶。模型的阶数不会影响预报的效

果, 仅仅会给分析与处理的过程带来麻烦。

3 多层递阶预报方法

多层递阶预报方法的基本点是把动态系统的状态(或输出)预报问题分为两部分: 系统的时变参数预报和在此基础上对系统的状态(或输出)预报。多层递阶预报方法的具体步骤为:

(1) 应用适当的参数估值算法, 对系统的时变参数 $\beta(k)$ 进行估值, 使得出的估值序列 $\{\beta(k)\}$ 满足后验残差一致小准则。

(2) 依据 $\{\beta(k)\}$ 的一系列估值, 检验 $\{\beta(k)\}$ 的平稳性。如果 $\{\beta(k)\}$ 是平稳的, 则依据一系列估值建立 $\{\beta(k)\}$ 所满足的多维 AR 模型或多维 ARMA 模型。进而依据这些模型, 求出 $\{\beta(k)\}$ 的由向前一步直到向前 h 步的预报值。

如果 $\{\beta(k)\}$ 不具有平稳性, 可按以下三种情形进行:

① 如果能够找到一个预报误差模型, 则可以依据 $\{\beta(k)\}$ 的前 N 个估值逐步求得 $\{\beta(k)\}$ 的 $N+1 \sim N+h$ 个预报估值。

② 虽然不能找到 $\{\beta(k)\}$ 所满足的较好地预报公式, 但能较确切地找到时间序列 $\{\beta(k)\}$ 的变化规律, 就可以依据此规律得到 $\{\beta(k)\}$ 的预报估值。

③ 如果①和②都不行, 则可以直接对 $\{\beta(k)\}$ 依据其估值建立广义单输出 AR 模型, 继续进行关于序列 $\{\beta(k)\}$ 的多层分析, 直到某一高层的各时间序列都为平稳序列为止。

(3) 确定 $\{y_k\}$ 的向前一步至 h 步的预报估值。

4 边坡位移预报

选用链子崖危岩体变形监测点 $G_{\perp}$ 的变形监测数据进行计算, 讨论模型的预测应用情况。

$G_{\perp}$ 点的采样时间间隔为 3 个月, 由 x 方向位移 ($G_{\perp}x$) 从 1991 年 1 月至 1993 年 10 月的实测值^[5] (见表 1) 预报 1994 年 1 月至 1994 年 10 月的位移。

由上述的实测数据, 可确定 x 方向位移的动态方程是二阶 AR 模型:

$$y_k = \theta_1(k)y_{k-1} + \theta_2(k)y_{k-2} + e_k \quad (8)$$

选取时变参数的初值为

$$\hat{\theta}_1(0) = 0.5964; \quad \hat{\theta}_2(0) = 0.3663$$

应用跟踪公式, 可得到时变参数的一系列估值见表 2。

表 1 x 方向位移实测值
Table 1 The measured values of displacements in x -direction

时间/年-月	1991-1	1991-4	1991-7	1991-10	1992-1	1992-4	1992-7	1992-10	1993-1	1993-4	1993-7	1993-10	1994-1	1994-4	1994-7
k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$y(k)/\text{mm}$	42.9	49.6	45.3	45.5	42.6	47.1	46.7	46.9	47.2	48.0	45.7	46.0	47.4	47.8	48.1

表 2 时变参数的估值
Table 2 The estimated values of time variables

k	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\hat{\theta}_1(k)$	0.596 4	0.599 6	0.583 8	0.650 9	0.626 5	0.612 0	0.615 5	0.621 2	0.590 4	0.604 5
$\hat{\theta}_2(k)$	0.366 3	0.369 8	0.354 0	0.425 7	0.403 6	0.389 0	0.392 5	0.398 2	0.367 9	0.382 8

对 $\{\hat{\theta}_1(k)\}$, $\{\hat{\theta}_2(k)\}$ 分别进行分析, 可得到相应的预报公式如下:

$$\hat{\theta}_1^*(k) = 0.007\,326 \ln k + 0.595\,9 \quad (9)$$

$$\hat{\theta}_2^*(k) = 0.014\,30 \ln k + 0.357\,4 \quad (10)$$

进而可得 x 方向位移的预报公式为

$$\hat{y}(k) = \hat{\theta}_1^*(k) \hat{y}(k-1) + \hat{\theta}_2^*(k) \hat{y}(k-2) \quad (11)$$

应用式 (9) ~ (11) 得到时刻 13, 14, 15 (即 1994 年 1 月, 1994 年 4 月, 1994 年 7 月) 的时变参数、预报值 $\hat{y}(k)$ 及其误差分析见表 3。

表 3 实测值与预报值的比较 (1994 年 1 月~1994 年 7 月)
Table 3 Comparison between measured and predicted values (from Jan. 1994 to Jul. 1994)

k	时间	$\hat{\theta}_1(k)$	$\hat{\theta}_2(k)$	$\hat{y}(k)/\text{mm}$	$y(k)/\text{mm}$	δ	$\nabla/\%$
13	1994-1	0.614 7	0.394 1	46.29	47.4	-1.11	2.34
14	1994-4	0.615 3	0.395 1	46.66	47.8	-1.14	2.38
15	1994-7	0.615 8	0.396 1	47.06	48.1	-1.04	2.16

由以上结果可知, 其预报的平均相对误差为 2.28 %。

在此基础上, 继续运用式 (9) ~ (11), 预报 1994 年 10 月时刻 x 方向位移为 47.53 mm, 实测值为 48.80 mm, 相对误差为 2.60 %。

5 结 论

多层递阶方法把动态系统的状态 (或输出) 预报问题分为系统的时变参数预报和在此基础上对系统的状态 (或输出) 预报两部分。这种方法充分考虑了被预报系统的时变特性, 较大地提高了预报精度。工程实例表明, 该方法有较好地预测精度和较高的实用价值, 值得推广。

参 考 文 献

- [1] 张奇华. 匀速加速变化型灰色模型及应用[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18 (1): 17-22.
- [2] 陈益峰, 吕金虎, 周创兵. 基于指数改进算法的边坡位移预测[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(5): 671-675.
- [3] 吕金虎. 混沌时间序列的预测及其特征量计算[硕士学位论文 D]. 武汉: 武汉水利电力大学, 2000.
- [4] 韩志刚. 多层递阶方法及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1989.
- [5] 张奇华, 彭光忠, 付少兰. 链子崖危岩体变形破坏系统辨识[J]. 岩石力学与工程学报, 1998, 17 (5): 544-551.